О НЕКОТОРЫХ ПРИНЦИПАХ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ

Г.В.Димитров, ассист.
(Сумский педагогический институт)

Данная статья проясняет некоторые вопросы, связанные с подготовкой математика-педагога.

Изложенные ниже суждения касаются исключительно преподавания математики в педагогических вузах и никак не могут быть отнесены к вопросам фундаментального математического образования, поскольку подготовка математика-педагога, на наш взгляд, должна преследовать единую глобальную цель: внести ясность в представление о предмете математических исследований, методов их проведения и перспективах развития математики как науки в целом. В то же время фундаментальное математическое образование должно предполагать на каком-либо этапе возникновение сомнения, а отсюда - стремление к творческому поиску новых форм развития науки, придание старым формам качественно нового содержания.

Согласно вышеизложенной точке зрения математик-педагог призван являться скорее носителем, пропагандистом и популяризатором математических знаний, основой же его исследовательской деятельности должен быть поиск более совершенных форм и методов преподавания.

Математик-педагог должен быть не простым урокодателем, излагающим ученикам или студентам некую совокупность математических фактов и проверяющим, насколько успешно эти факты усвоены. Он обязан культивировать умение увидеть в любой задаче ее количественную часть, перевести задачу на язык математики, найти оптимальные пути ее решения, рассуждая при этом с достаточной степенью строгости, и, получив решение, обобщить результаты, сделав качественные выводы.

Одной из основных и наиболее важных задач при подготовке математика-педагога является, на наш взгляд, выработка математического стиля мышления, тем более, что характерные для математики идуктивно-дедуктивные и другие способы мышления являются естественными для человеческого мышления вообще. На протяжении веков эта наука, развиваясь, стремится создать идеальную, гармоничную картину мира и универсальный метод для решения любых задач. Решение любой задачи есть поиск некоторого объекта, удовлетворяющего определенным интересующим нас условиям, то есть поиск идеала, пусть в узком (конкретном) смысле. Поэтому математический стиль мышления позволяет удачно овладевать основами не только собственно математических знаний, но и глубже понимать основы сугубо гуманитарных дисциплин. С этой точки зрения можно считать, что учитель математики, пусть даже не сумевший заинтересовать учеников в решении математических задач, но прививший определенный стиль мышления, уже добился немалого успеха, ибо привычка к рассуждениям в духе математики значительно облегчает и обогащает интеллектуальный труд в любой области. Здесь можно сослаться на точку зрения выдающегося математика современности А.Реньи, вложившего в уста одного из героев «Диалогов о математики» следующие слова: «Одну из главных целей обучения математике я вижу в том, чтобы приобщить начинающих к красоте математики и, опираясь на нее, вырабатывать дисциплинированное логическое мышление и умение сосредотачивать всю силу разума на решаемой задаче...» и далее: «...тот, кто, занимаясь математикой, приобщится к искусству логического мышления, сможет пользоваться им во всех областях жизни».

В свете вышеизложенного понятно, что существует необходимость несколько изменить содержание преподавания математики в педвузах. Как правило, собственно математическая часть программы составляет совокупность нескольких традиционных курсов (математический анализ, алгебра и т.п.), каждый из которых построен аксиоматически и содержит набор базовых понятий основных фактов. Практическая же часть курса сводится, как правило, к изложению стандартных методов решения стандартных задач. В итоге, зачастую, создается ситуация, когда средний выпускник, имеющий диплом учителя математики, вместо владения, например, понятием производной в совершенстве, знаком с ним чисто формально, на уровне «что такое «штрих» и как его вычислять», в то время как математик-педагог призван ответить не только на вопрос «как?», но и на вопросы «зачем», «почему так, а не иначе», и даже «какие еще существуют точки зрения на данную проблему».

Сообразно такой точке зрения содержание пусть даже традиционного курса должно выглядеть примерно следующим образом. При изложении любой математической теории необходимо, во-первых, осветить историю вопроса, то есть четко обрисовать, какие события и условия в развитии науки и общественной жизни побудили эту теорию к жизни, основные этапы развития этой теории; во-вторых должна быть изложена сама теория со всей строгостью аксиоматического подхода по схеме: базовые понятия и общепринятая символика $\rightarrow$ условные методы и факты теории $\rightarrow$ конкретные предложения теории. Если теория как таковых практических выходов не имеет, то необходимо указать, какое место она занимает во внутренней логике построения всего здания математики. И, наконец, должны быть очерчены перспективы развития данной теории хотя бы в общем плане. Само изложение курса должно быть построено так, чтобы студент четко понимал функцию (роль) каждого утверждения в построении курса. Например, теорема Лагранжа о конечных приращениях имеет значение как для внутренней логики изложения материала, то есть может использоваться при доказательстве того факта, что если производная функции на отрезке равна нулю, то функция на этом отрезке постоянна, так и для построения конкретных вычислительных схем.

Большинство же теорем существования и единственности относятся к области математики и не носят конструктивного характера, но необходимы для строгости построения внутренней логики предмета. Подобный подход позволяет выделить главное в изучаемом. Чаще всего нагромождение вспомогательных теорем затмевает суть и красоту изучаемого предмета, и студенту он кажется скучным и неинтересным. Стоит ли говорить о том, что впоследствии его ученики будут лишены возможности как следует познакомиться с азами данной дисциплины, которую их учитель так не любил в студенческие годы. Взяв, к примеру, построение и развитие здания числовых систем, мы с удивлением обнаруживает, что, выходя из вуза, будущий учитель математики недостаточно четко представляет побуждающие мотивы практики и строгость логических построений, предопределяющих потребность в расширении числовых множеств. На наш взгляд, это следствие того, что не принято излагать разные точки зрения на то или иное фундаментальное математическое понятие. Ведь математика - это наука, являющаяся «точной» не благодаря закостенелости и незыблемости основных понятий; строгость построения является скорее следствием борьбы и поиска компромиссов между взглядами лучших умов ученого мира. Вспомним, например, неприятие Кронекером «неконструктивных» доказательств существования, альтернативной точки зрения Пуанкаре и Кантора на место теории множеств в современной математике, дискуссии о возможности аксиоматизации математики в целом и шаги, предпринятые Гильбертом в этом направлении, закончившиеся неудачей, разночтение в определении такого фундаментального понятия, как вероятность (по Мизесу и по Калмогорову), и т.д.

Подобный подход позволяет прояснить суть рассматриваемого понятия и побуждает студента сформировать свою собственную точку зрения. Более того, иногда альтернативный подход к изучению того или иного понятия позволяет проще решать конкретные задачи. Например, подход Эйлера к суммированию рядов оказался впоследствии более прогрессивным для построения теории суммирования расходящихся рядов, чем кажущийся на первый взгляд более строгим подход Вейерштрасса к этой проблеме. Другой пример. Иногда язык «ε-δ» оказывается непреодолимо сложен для объяснения, скажем, понятия предельного перехода, в то время как объяснения в стиле математиков XVII-XVIII веков «на пальцах» могут создать начальное качественное представление об этом понятии, которое составит некую базу для усвоения определения на языке «ε–δ».

Кроме того, исторические экскурсы позволяют глубже осознать, изучение каких процессов в окружающем нас мире побудило к возникновению те или иные понятия. В этом плане интересно мнение профессора Л.Д.Кудрявцева: «Весьма часто даже внутри одной кафедры математики бывает очень трудно договориться об едином методе изложения того или иного материала (это не всегда и нужно).

Сложность ситуации и причина трудности ее устранения связаны с тем, что в настоящее время методика преподавания математики еще не достигла научного уровня и основывается лишь на несистематизированном опыте отдельных преподавателей... и на вере их в собственную правоту и непогрешимость. Во всех методических дискуссиях особо остро проявляется непримиримость и нетерпимость к другим точкам зрения, как это всегда бывает там, где в основе лежит догма и вера» [1].

Некоторые соображения, высказанные ниже, призваны обозначить собственную позицию автора, которая стала бы объектом конструктивной критики.

Методика преподавания. Методикой преподавания можно назвать способ общения преподавателя со студентами. Отсюда следует простой вывод: никаких рецептов дать невозможно, но это не значит, что нет никаких основополагающих принципов преподавания. Для нас это заинтересованность самого преподавателя в более глубоком овладении предметом, неформальное отношение к чтению лекции или ведению практических занятий; желательно чтение спецкурсов, содержание которых соответствует личным интересам преподавателя и направлено на расширение кругозора студентов. Иногда нет ничего лучше для выяснения сути некоего вопроса, чем просто обстоятельная беседа преподавателя и студента как коллег, пусть на разном уровне компетентности.

В свете вышеизложенного могут быть такие конструктивные предложения.

Во-первых, нужно вернуться к чтению лекций по элементарной математике в целом. Это поможет систематизировать полученные в школе знания и укрепить базу для овладения основными понятиями высшей математики. Определить границы применимости элементарных методов, указав области их наибольшей эффективности.

Во-вторых, наряду с традиционными классическими курсами необходимо прочитать хотя бы спецкурсы, вкратце знакомящие с красивыми по своей сути и употребительными на практике, но малоизученными разделами математики такими, как теория графов, элементы общей топологии, теория игр, комбинаторный анализ, теория кодирования и т.п. Содержание же традиционных курсов имеет смысл несколько изменить в сторону решения нестандартных задач с практическим содержанием.

В-третьих, больше внимания следует уделять работе студента и активным формам обучения. Хорошо, если студенты с успехом справляются с задачами, поставленными преподавателем на практическом занятии, еще лучше, когда они сами сочиняют задачи. В процессе самостоятельного сочинения задачи, особенно иллюстрирующей тот или иной характеристический факт, студент заодно овладевает всеми нюансами решения не только конструируемой конкретной задачи, а целого класса аналогичных задач, так как в процессе сочинения задачи приходится строить более общую модель, целую серию сходных задач.

В-четвертых, необходимо систематически, начиная с младших курсов, знакомить студентов с историей предмета математики, не ограничиваясь каким-то конкретным курсом лекций, да еще рассчитанным на небольшое количество часов, не ограничиваться только перечислением имен выдающихся ученых и названий трудов. Необходимо четко определить, каким образом, в каких конкретных исторических условиях, сообразно каким потребностям общественной жизни развивалась та или иная отрасль математического знания. Необходимо подумать и над изучением некоторых трудов выдающихся математиков прошлого не столько для получения новых знаний, сколько для анализа стиля мышления, характерного для того или иного этапа развития математики.

Высказанные соображения преследуют единую цель: привлечь внимание всех тех, кто заинтересован в повышении уровня математического образования, придании ему качественно нового содержания и обеспечении математическим исследованиям будущего, то есть обеспечить достаточное количество надлежащим образом подготовленных математиков-педагогов, являющихся приверженцами математического стиля мышления и популяризаторами математики, как одного из мощных и эффективных средств постижения окружающего нас мира.

SUMMARY

The paper deals with the problem of improving the curriculum and methodology of teaching mathematics while training teachers.

The aim of the paper is to give an impetus for a serious discussion, to attract attention of all those who are interested in increasing the level of mathematical education, making it qualitatively new in contents, and providing future for mathematicians-researchers, i.e. in training a sufficient number of highly qualified teachers with mathematical thinking, eager to popularize mathematics as a powerful and effective means of comprehending the surrounding world in all its diversity.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание. - М.: Наука, 1980.